

Codes LDPC

Anthony PERRONI n°49871

2025 - 2026

Plan

- Introduction
- Codes linéaires
- LDPC
- Codage
- Décodage
- Analyse

Introduction : transmission numérique

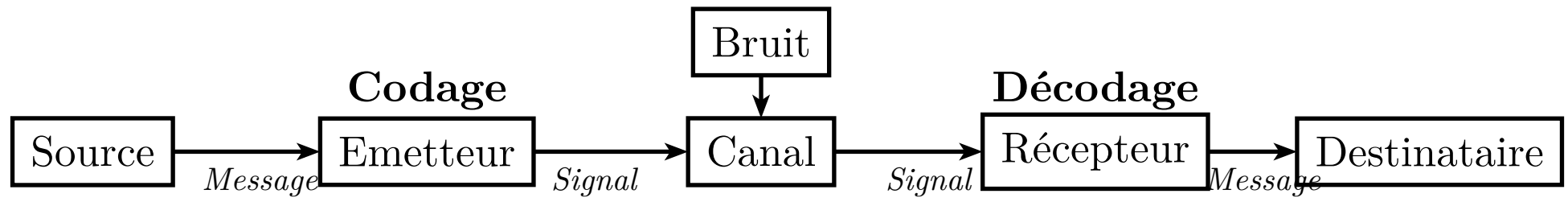


image de mon drone FPV, 5G

Problématique

Comment utiliser les codes LDPC pour garantir la fiabilité d'une transmission en présence de bruit ?

Définition : Codes Linéaires

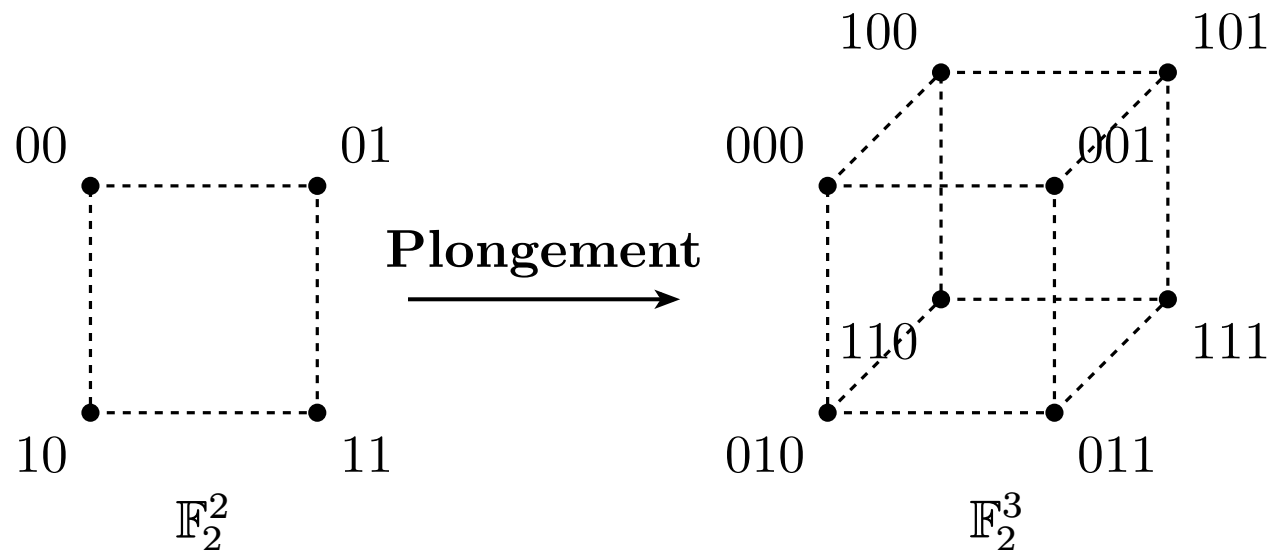
\mathcal{C} de paramètres $(n, k) \in \mathbb{N}^2$, $(n > k)$

Espace des messages : \mathbb{F}_2^k

Espace des mots transmis : \mathbb{F}_2^n

Redondance de $n - k$ bits

Rendement $R = \frac{k}{n}$



Définition : Codes Linéaires

faire un truc plus theoriques...

Définition : Codes Linéaires

- Matrice génératrice

$$G \in \mathcal{M}_{k,n}(\mathbb{F}_2)$$

- Encodage : $m \in \mathbb{F}_2^k, c = m \odot G$
- Forme systématique : $G = [I_k \mid P]$ avec P matrice de parité
- Matrice de contrôle de parité $H = [-P^\top \mid I_{n-k}]$

$c \in \mathbb{F}_2^n$ est un mot de code valide $\iff c^\top \odot H = 0$

De plus $G \odot H^\top = 0$

Définition : Codes Linéaires

Reception de $r = c + e$ avec $c \in \mathcal{C}, e \in \mathbb{F}_2^n$ $r^\top \odot H = s$ le syndrome

$$(c + e)^\top H = c^\top H + e^\top H = e^\top H$$

Redondance et limite théorique

Graphique waterfall avec $n = 100$ et $n = 64800$ avec limite de Shannon, $R = \frac{k}{n} < 1$, $m = n - k$

Bande passante...

Il existe C pour un canal tel que pour $R < C$ on peut atteindre une probabilité d'erreur nulle. \Rightarrow gros bloc (moyenne du bruit aléatoire)

Décodage par Maximum de Vraisemblance

Trouver le message envoyer le + probable sachant le message reçu : NP-COMPLET (Max) Decodage par syndrome d'une code lin'aire général est NP-Compleat Complexité $O(2^k)$

Matrice H clairsemée (low density) donc complexité moindre, pas de produit de matrice mais algorithme itératif efficace quasi linéaire Graphique d'un H très grand clairsemée avec plein de 0, généré en rust par exemple où les 1 sont des points noirs et le reste du blanc Définition avec (w_r, w_c)

Graphe de Tanner

Il existe un isomorphisme entre H et le Graphe de Tanner Graphe de tanner
(cetz) Contrainte de somme nulle

Encodage

Décodage

Canal d'étude (AWGN) analogique, tension etc, ce qui se passe en radio dans les câbles etc

Hard decoding

Nul (0 ou 1) transition perte d'information

Implementation

Soft decoding

belief propagation, log ou virgule fixe, explication resultat meilleur

Implementation

Test

Irl hackrf, test de diff de debit avec des paquets

Image

Test de transmission d'image avec différent ldpc non opti et opti (le H)

Annexe

Théorie derrière la définition des codes linaires

Poser les notations algébriques

Unicité de l'adjoint

Unicité de l'adjoint pour une forme bilinéaire symétrique non dégénérée.