



# Codes LDPC

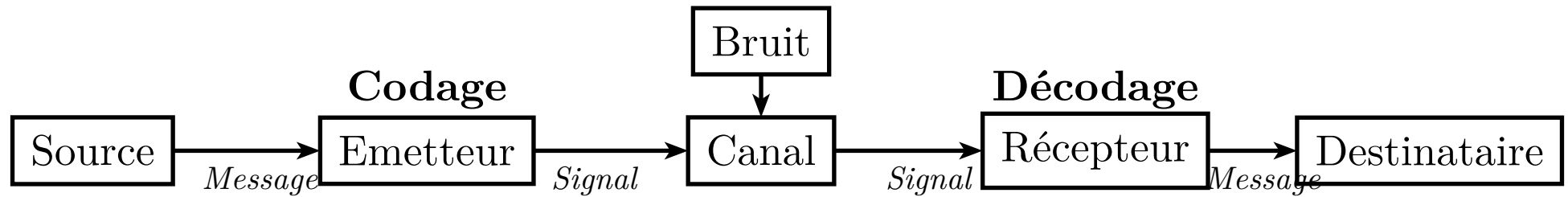
Anthony PERRONI

n°49871 2025 - 2026

# Plan

- Introduction
- Codes linéaires
- LDPC
- Codage
- Décodage
- Analyse

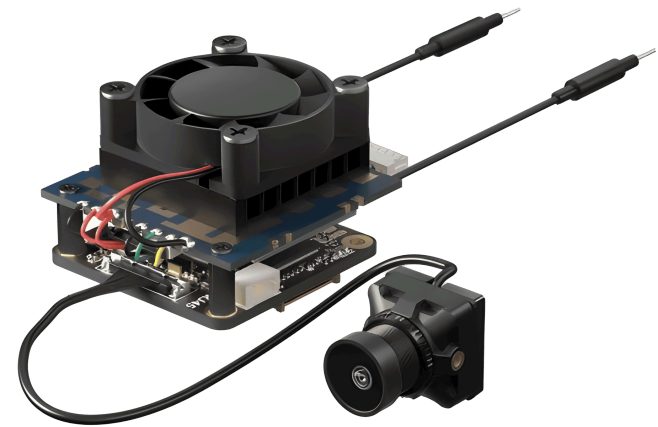
# Introduction : Transmission Numérique



# Introduction : Utilisation



Athena-Fidus



Module OpenIPC

# Problématique



**Comment utiliser les codes LDPC pour garantir la fiabilité d'une transmission en présence de bruit ?**

# Définition : Codes Linéaires en Bloc

Code  $(n, k) \in \mathbb{N}^2$

$\mathcal{C}$  sous-espace vectoriel de dimension  $k$  de  $\mathbb{F}_2^n$

- $k$  : longueur du message original
- $n$  : longueur du mot de code
- $m = n - k$  : nombre de bits de parités

**Encodage**

$\Phi : \mathbb{F}_2^k \rightarrow \mathbb{F}_2^n \in \mathcal{L}(\mathbb{F}_2^k, \mathbb{F}_2^n)$

# Définition : Codes Linéaires en Bloc

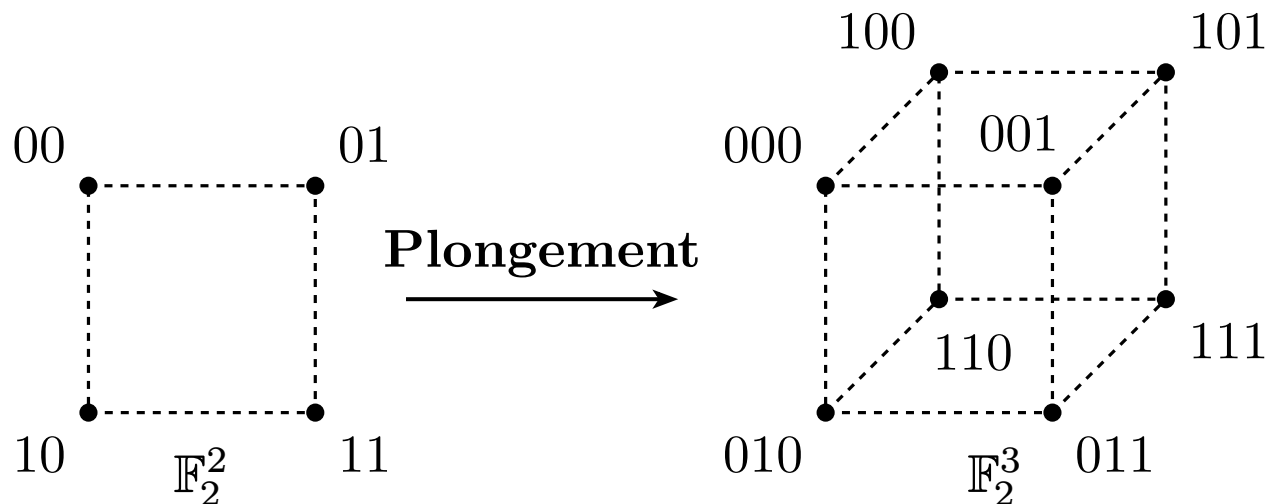
Code  $(n, k) \in \mathbb{N}^2$

$\mathcal{C}$  sous-espace vectoriel de dimension  $k$  de  $\mathbb{F}_2^n$

- $k$  : longueur du message original
- $n$  : longueur du mot de code
- $m = n - k$  : nombre de bits de parités

**Encodage**

$\Phi : \mathbb{F}_2^k \rightarrow \mathbb{F}_2^n \in \mathcal{L}(\mathbb{F}_2^k, \mathbb{F}_2^n)$



# Définition: Matrice Génératrice

## Matrice Génératrice

$G \in \mathcal{M}_{k,n}(\mathbb{F}_2)$  dont les lignes sont une base de  $\mathcal{C}$

## Encodage

Pour un message  $u \in \mathbb{F}_2^k$  le mot de code  $c \in \mathcal{C}$  est :

$$c = \Phi(u) = u \odot G$$

## Forme systématique

$$G = [I_k \mid P]$$

- Pour  $u \in \mathbb{F}_2^k$ ,  $u \odot G = [u \mid u \odot P]$
- $P \in \mathcal{M}_{k,(n-k)}(\mathbb{F}_2)$  matrice de parité



# Définition: Matrice de Contrôle

## Matrice de Contrôle

$$H = [P^\top \mid I_{n-k}]$$

- $\mathcal{C} = \ker(H) = \{v \in \mathbb{F}_2^n \mid H \odot v^\top = 0\}$
- $G \odot H^\top = 0$

## Syndrome

Pour un vecteur reçu  $r = c + e$ ,  $s \in \mathbb{F}_2^{n-k}$

$$s = Hr^\top = Hc^\top + He^\top = 0 + He^\top$$

- Si  $s = 0$ ,  $r$  est un mot de code valide
- Sinon  $s$  donne la signature de l'erreur  $e$

# Exemple d'un code linéaire

## Exemple d'un code (5, 2)

- On choisit la matrice de parité  $P$  :

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Alors la matrice génératrice  $G$  est :

$$G = \left[ \begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

- Message  $u = [1 \ 1]$
- Mot de code  $c = uG$  :

$$c = [1 \ 1] \left[ \begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right] = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1]$$

# Exemple d'une code linéaire

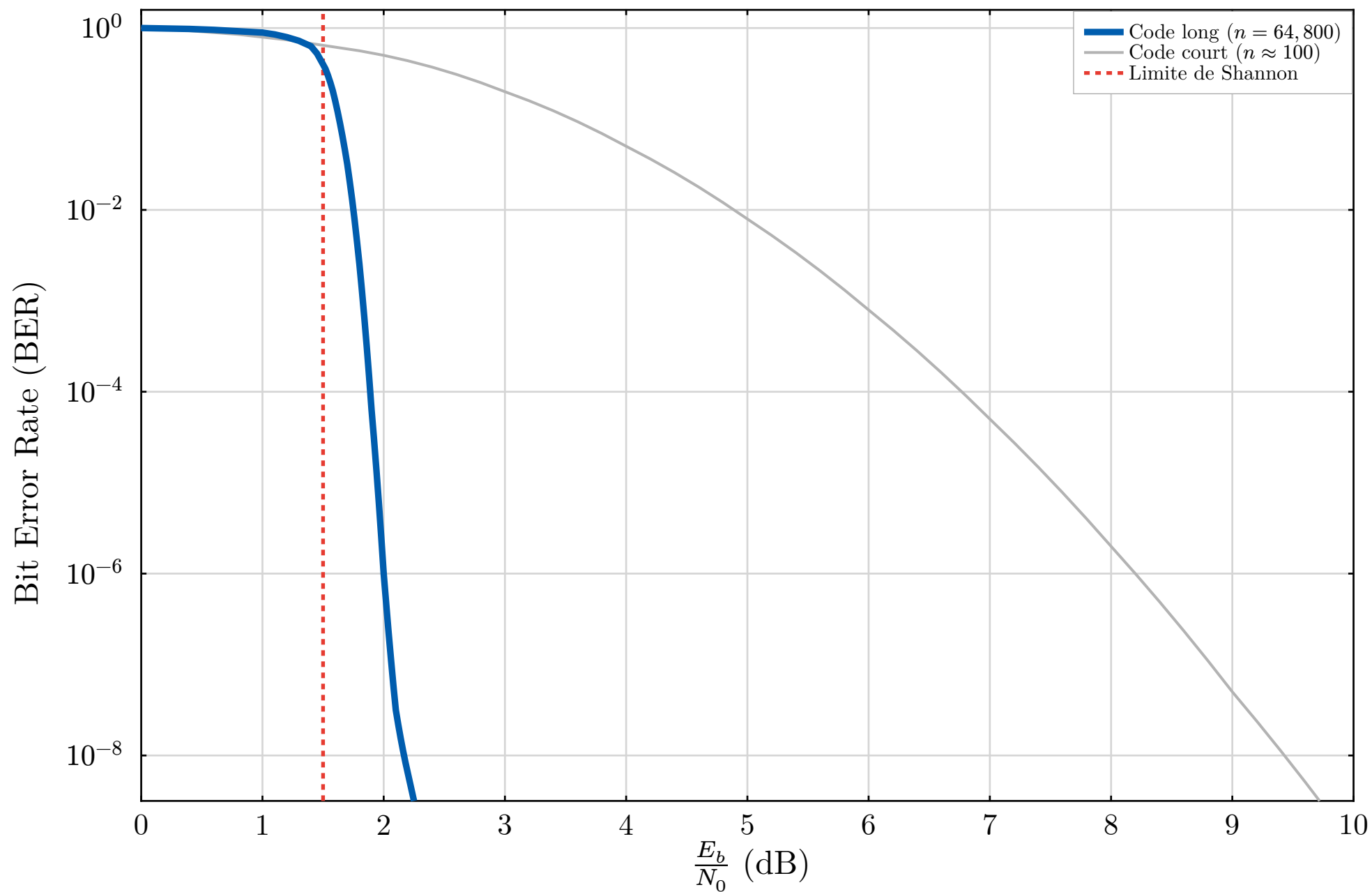
Enfin

$$H = \left[ \begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Vérification du mot de code  $c = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1]$

$$Hc^{\top} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1]^{\top} = \begin{bmatrix} 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \\ 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \\ 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

# Approcher la Limite de Shannon



# Décodage par Maximum de Vraisemblance

Trouver le message envoyer le + probable sachant le message reçu : NP-COMPLET (Max) Decodage par syndrome d'une code lin'aire général est NP-Compleat Complexité  $O(2^k)$

Matrice  $H$  clairsemée (low density) donc complexité moindre, pas de produit de matrice mais algorithme itératif efficace quasi linéaire Graphique d'un  $H$  très grand clairsemée avec plein de 0, généré en rust par exemple où les 1 sont des points noirs et le reste du blanc Définition avec  $(w_r, w_c)$

# Graphe de Tanner

Il existe un isomorphisme entre  $H$  et le Graphe de Tanner Graphe de tanner  
(cetz) Contrainte de somme nulle

# Encodage



# Décodage

Canal d'étude (AWGN) analogique, tension etc, ce qui se passe en radio dans les câbles etc

# Hard decoding

Nul (0 ou 1) transition perte d'information

# Implementation

# Soft decoding

belief propagation, log ou virgule fixe, explication resultat meilleur

# Implementation

Irl hackrf, test de diff de debit avec des paquets

# Image

Test de transmission d'image avec différent ldpc non opti et opti (le H)

## Annexe





# Théorie derrière la définition des codes linaires

Poser les notations algébriques etc...