



Codes LDPC

Anthony PERRONI

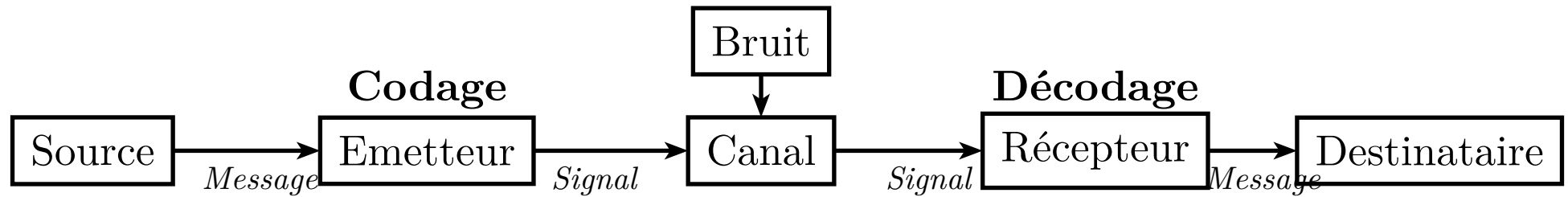
n°49871

2025 - 2026

Plan

- Introduction
- Codes linéaires
- LDPC
- Codage
- Décodage
- Analyse

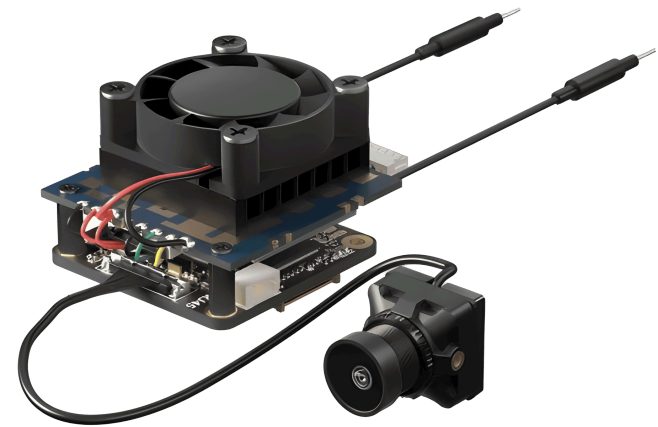
Introduction : Transmission Numérique



Introduction : Utilisation



Athena-Fidus



Module OpenIPC

Problématique



Comment utiliser les codes LDPC pour garantir la fiabilité d'une transmission en présence de bruit ?

Définition : Codes Linéaires en Bloc

Code $(n, k) \in \mathbb{N}^2$

\mathcal{C} sous-espace vectoriel de dimension k de \mathbb{F}_2^n

- k : longueur du message original
- n : longueur du mot de code
- $m = n - k$: nombre de bits de parités

Encodage

$\Phi : \mathbb{F}_2^k \rightarrow \mathbb{F}_2^n \in \mathcal{L}(\mathbb{F}_2^k, \mathbb{F}_2^n)$

Définition : Codes Linéaires en Bloc

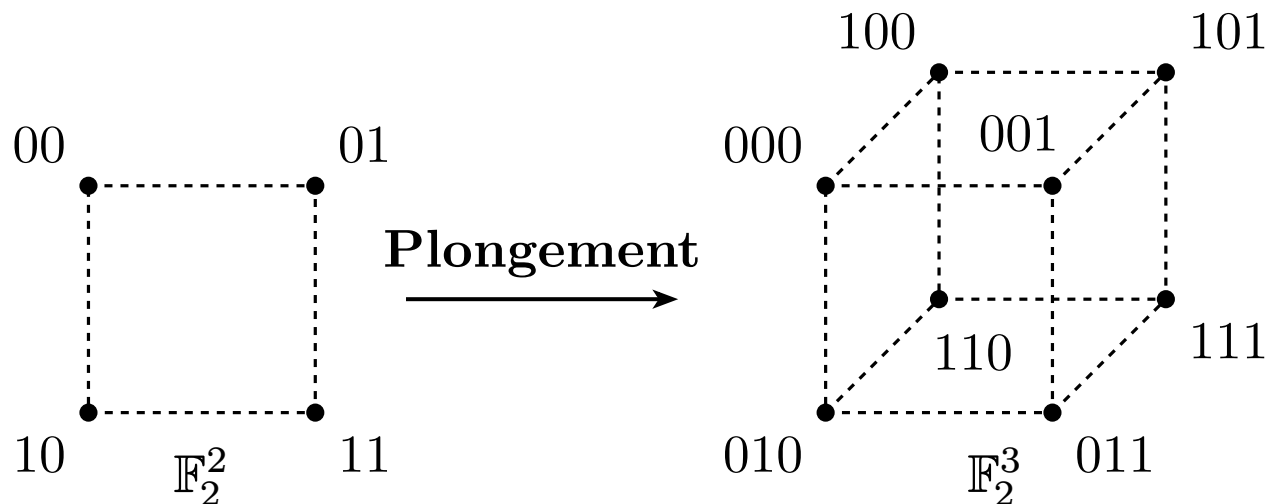
Code $(n, k) \in \mathbb{N}^2$

\mathcal{C} sous-espace vectoriel de dimension k de \mathbb{F}_2^n

- k : longueur du message original
- n : longueur du mot de code
- $m = n - k$: nombre de bits de parités

Encodage

$\Phi : \mathbb{F}_2^k \rightarrow \mathbb{F}_2^n \in \mathcal{L}(\mathbb{F}_2^k, \mathbb{F}_2^n)$



Définition: Matrice Génératrice

Matrice Génératrice

$G \in \mathcal{M}_{k,n}(\mathbb{F}_2)$ dont les lignes sont une base de \mathcal{C}

Encodage

Pour un message $u \in \mathbb{F}_2^k$ le mot de code $c \in \mathcal{C}$ est :

$$c = \Phi(u) = u \odot G$$

Forme systématique

$$G = [I_k \mid P]$$

- Pour $u \in \mathbb{F}_2^k$, $u \odot G = [u \mid u \odot P]$
- $P \in \mathcal{M}_{k,(n-k)}(\mathbb{F}_2)$ matrice de parité

Définition: Matrice de Contrôle

Matrice de Contrôle

$$H = [P^\top \mid I_{n-k}]$$

- $\mathcal{C} = \ker(H) = \{v \in \mathbb{F}_2^n \mid H \odot v^\top = 0\}$
- $G \odot H^\top = 0$

Syndrome

Pour un vecteur reçu $r = c + e$, $s \in \mathbb{F}_2^{n-k}$

$$s = Hr^\top = Hc^\top + He^\top = 0 + He^\top$$

- Si $s = 0$, r est un mot de code valide
- Sinon s donne la signature de l'erreur e

Exemple d'un code linéaire

Exemple d'un code (5, 2)

- On choisit la matrice de parité P :

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Alors la matrice génératrice G est :

$$G = \left[\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

- Message $u = [1 \ 1]$
- Mot de code $c = uG$:

$$c = [1 \ 1] \left[\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right] = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1]$$

Exemple d'une code linéaire

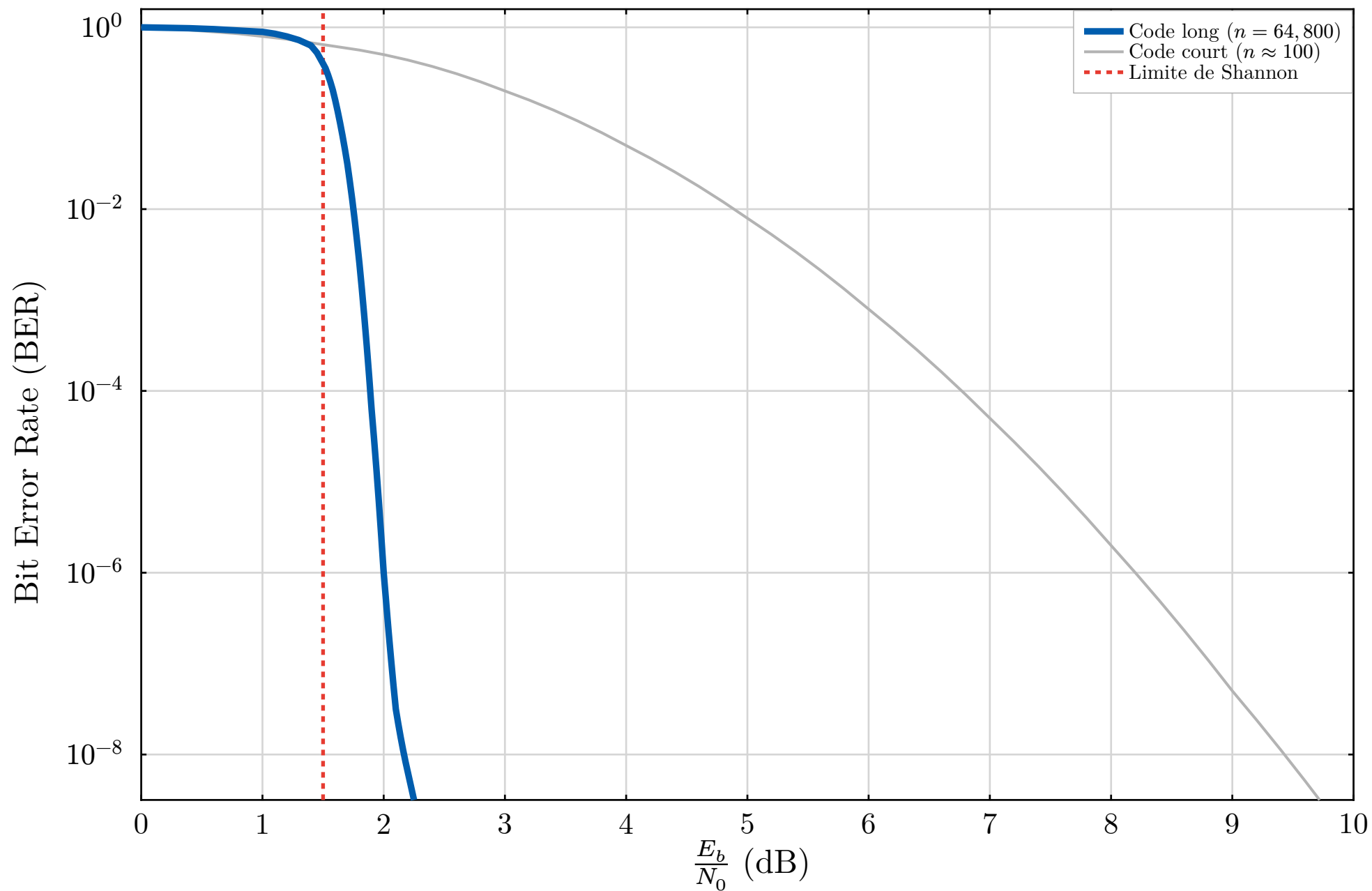
Enfin

$$H = \left[\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Vérification du mot de code $c = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1]$

$$Hc^{\top} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1]^{\top} = \begin{bmatrix} 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \\ 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \\ 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Approcher la Limite de Shannon



Décodage par Maximum de Vraisemblance

Trouver le message envoyer le + probable sachant le message reçu : NP-COMPLET (Max) Decodage par syndrome d'une code lin'aire général est NP-Compleat Complexité $O(2^k)$

Matrice H clairsemée (low density) donc complexité moindre, pas de produit de matrice mais algorithme itératif efficace quasi linéaire Graphique d'un H très grand clairsemée avec plein de 0, généré en rust par exemple où les 1 sont des points noirs et le reste du blanc Définition avec (w_r, w_c)

Graphe de Tanner

Il existe un isomorphisme entre H et le Graphe de Tanner Graphe de tanner
(cetz) Contrainte de somme nulle

Encodage

Décodage

Canal d'étude (AWGN) analogique, tension etc, ce qui se passe en radio dans les câbles etc

Hard decoding

Nul (0 ou 1) transition perte d'information

Implementation

Soft decoding

belief propagation, log ou virgule fixe, explication resultat meilleur

Implementation

Irl hackrf, test de diff de debit avec des paquets

Image

Test de transmission d'image avec différent ldpc non opti et opti (le H)

Annexe



Théorie derrière la définition des codes linaires

Poser les notations algébriques etc...